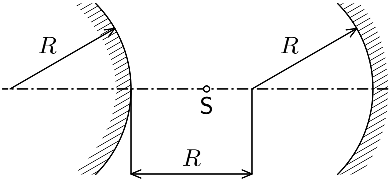
10. ročník, úloha II . 4 ... *zrcadla, aneb kdo je nejkrásnější* *(4 body; průměr ?; řešilo 61 studentů)*

Vypuklé a duté zrcadlo mají stejný poloměr křivosti R. Vzdálenost mezi vrcholy zrcadel je 2R. V jakém bodě na optické ose zrcadel musíme umístit zdroj světla S*, aby po odraze od vypuklého a dutého zrcadla splýval obraz bodu* S *se svým vzorem?*



Obr. 1

Ve vzorovém řešení budeme používat znaménkovou konvenci, která se nejčastěji používá na střední škole. Veličiny měřené před zrcadlem jsou kladné, za zrcadlem záporné. (Podrobněji např. E. Svoboda – *Přehled středoškolské fyziky*, SPN 1991, str. 468, 471, 472.) Je dobré si uvědomit,že k tomu, aby někde vznikl obraz předmětu nestačí jeden paprsek, ale musí se tam protnout všechny paraxiální paprsky. K řešení nám nicméně stačí zobrazovací rovnice.

Bod S zobrazíme nejprve např. vypuklým zrcadlem a poté dutým. Opačným postupem bychom samozřejmě obdrželi stejný výsledek. Obraz S_1 vzniklý prvním zobrazením bude vzorem pro druhé a jeho výsledek S_2 bude shodný s bodem S.

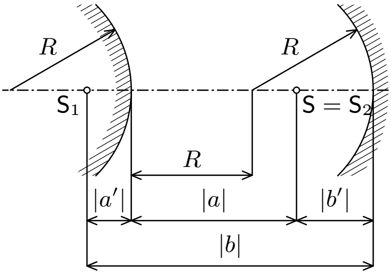
Zobrazovací rovnice pro vypuklé zrcadlo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = -\frac{2}{R}\,,$$

a – předmětová vzdálenost, a' – obrazová vzdálenost.

Zobrazovací rovnice pro duté zrcadlo

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{b'} = \frac{2}{R}\,,$$



Obr. 2

b – předmětová vzdálenost, b' – obrazová vzdálenost.

Podle výše uvedených předpokladů platí také rovnice

$$a' + b = 2R\,, \qquad a + b' = 2R\,.$$

Nyní máme čtyři rovnice o čtyřech neznámých, z nichž snadno dopočítáme například a. Vyjde kvadratická rovnice se dvěma reálnými kořeny

$$a_1 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}\,R \quad \text{a} \quad a_2 = \frac{1-\sqrt{3}}{2}\,R\,.$$

První kořen zjevně vyhovuje zadání úlohy, zatímco druhý nikoliv, neboť leží mimo oblast mezi zrcadly.

Jirka Franta

Fyzikální korespondenční seminář je organizován studenty UK MFF. Je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci UK MFF a podporován Ústavem teoretické fyziky UK MFF, jeho zaměstnanci a Jednotou českých matematiků a fyziků.